



ELSEVIER

Available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)



International Journal of Thermal Sciences 42 (2003) 759–776

International  
Journal of  
Thermal  
Sciences

[www.elsevier.com/locate/ijts](http://www.elsevier.com/locate/ijts)

## Une modélisation de la genèse des contraintes résiduelles lors d'un traitement superficiel par une source laser mobile

### An idealisation of the residual stresses genesis in heat treatments by a laser moving source

Abdelkarim Ben Rhima\*, Jamel Bessrou, Mahmoud Bouhafs, Ridha Khadrani

*Laboratoire de génie mécanique, École nationale d'ingénieurs de Tunis, B.P. 37 Le Belvédère, 1002 Tunis, Tunisie*

Reçu le 7 mai 2002 ; accepté le 24 octobre 2002

#### Résumé

La difficulté de la prédiction par simulation numérique de la genèse des contraintes internes lors des processus de traitement thermique tient, notamment, à la formulation du problème thermomécanique–métallurgique couplé avec prise en compte de multiples non-linéarités physiques sévères.

L'étude présentée vise, à terme, le développement d'un modèle de prédétermination de l'état de contraintes résiduelles généré lors d'un traitement thermique superficiel en phase solide sans diffusion. Pour la généralité des modèles proposés, au sens de l'importance de l'histoire thermomécanique et des différents couplages, nous traitons du cas du traitement par une source laser mobile et auto-trempe. La résolution de ce problème d'évolution portera sur les aspects thermique et thermomécanique ainsi que sur les effets des transformations de phase. Concernant l'analyse thermique, nous proposons un modèle non linéaire purement instationnaire qui permet de simuler l'histoire thermique totale durant le processus de traitement jusqu'au retour à l'équilibre thermique. Quant à l'analyse thermomécanique, elle est abordée à travers un modèle non linéaire incrémental simulant l'histoire mécanique depuis le début du traitement jusqu'à l'état de contraintes résiduelles. Dans le schéma numérique développé au sein d'un code de calcul par éléments finis, les caractéristiques mécaniques sont décrites par des évolutions spatio-temporelles dépendant de la température et des phases en présence. Nous introduisons un coefficient dilatométrique global pour rendre compte des effets simultanés et cumulés des déformations thermiques et des transformations de phase.

L'analyse comparative des résultats numériques et expérimentaux révèle d'une part une cohérence qualitative du modèle, et oriente d'autre part vers la nécessité d'une nouvelle description des transformations structurales pour un modèle véritablement quantitatif.

© 2003 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. Tous droits réservés.

#### Abstract

The numerical simulation of the internal stresses genesis in processes of heat treatment holds, indeed, to the formulation of the coupled thermomechanics–metallurgic problem taking into account several and severe physical non linearities. This study aims to develop at least, a multipurpose model for prediction of the residual stresses state generated by a superficial heat treatment in solid phase without diffusion. For the generality of the models set up, to the sense of the thermomechanical history and other coupling terms importance, we consider the case of the treatment by a moving laser source and self quenching. Thus, the solution of this evolution problem, will lie in both the thermal and thermomechanical aspects as well as in the phase transformation effects. For the thermal analysis, we propose a non linear transient model allowing the simulation of the whole thermal history during the treatment process until the return to the thermal balance. The thermomechanical analysis is dealt with a non linear incremental model whereby we simulate the mechanical history since the beginning of the treatment until the residual stress state establishing. In the numeric scheme developed within a FEM code, the mechanical features are described in space–time evolutions depending on the temperature and the local instantaneous phases which are present throughout the domain. We introduce a global dilatometric coefficient to take into account the simultaneous and cumulated thermal and phase transformation strains.

The comparison of numeric and experiment results reveals on the one hand a better qualitative consistency of the model, and tends on the other hand towards a new description of the structural transformations to reach a truly quantitative model.

© 2003 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. Tous droits réservés.

\* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : [abdelkarim.benrhima@enit.rnu.tn](mailto:abdelkarim.benrhima@enit.rnu.tn) (A. Ben Rhima).

*Mots-clés* : Thermomécanique ; Source laser mobile ; Trempe superficielle ; Simulation numérique ; Instationnaire ; Contraintes résiduelles ; Dilatométrie

*Keywords* : Thermomechanics ; Moving laser source ; Self quenching ; Numeric simulation ; Transient ; Dilatometry ; Residual stresses

## 1. Introduction

La prédétermination quantitative par simulation numérique de l'état de contraintes résiduelles recherché par l'application d'un traitement thermique, reste à ce jour un sentier difficile [1–4]. Différentes tentatives pour modéliser la genèse des contraintes internes lors des traitements thermiques ont conduit, et continuent à le faire, à des progrès qualitatifs sans atteindre, toutefois, un niveau de précision suffisant en égard de certaines applications dont notamment la fatigue de contact. La complexité du problème tient, d'une part à la formulation du problème thermomécanique–métallurgique avec prise en compte des différents termes de couplage et de multiples non-linéarités propres tant aux caractéristiques physiques qu'aux conditions de frontières, et d'autre part, à une extrême sensibilité de la réponse des modèles vis-à-vis des caractéristiques physiques locales interdépendantes.

Visant la généralité des modèles, les développements présentés dans cette étude traitent d'un traitement thermique superficiel, en phase solide, par une source laser mobile. Pour la prise en compte des différents couplages, notre contribution portera à la fois sur les aspects thermique et thermomécanique ainsi que sur les effets des transformations de phases métallurgiques.

Concernant l'analyse thermique, nous proposons de développer un modèle non linéaire (propriétés et conditions de frontière) purement instationnaire, qui permet de simuler avec une bonne précision l'histoire thermique totale dans tout le domaine d'étude durant le processus de traitement jusqu'au retour à l'équilibre thermique au refroidissement. Notons que par ailleurs, l'importance de l'histoire thermique a été signalée par Philibert et al. [5]. A cet effet, un schéma numérique sera intégré à un code standard de calcul par éléments finis pour la résolution de l'équation de la chaleur en régime transitoire non linéaire dans l'ensemble du domaine. Ce schéma numérique prend en compte une condition de frontière mobile sans aucune restriction sur la géométrie du domaine, moyennant une discrétisation spatio-temporelle adaptée. Il permet aussi de tenir compte de la non linéarité introduite par l'expression du flux émis par rayonnement et de celle due aux caractéristiques thermo-physiques du matériau fonctions de la température. Quant à l'analyse thermomécanique, elle est habituellement abordée sur la base du champ de température établi en régime quasi-stationnaire sans considération de l'histoire thermique du domaine d'étude [6,7], le spot étant considéré dans une position courante de la trajectoire. Pour la formulation, largement développée par Niku-Lari [1], Greenwood [8], Giusti [9], on considère, au cours de la trempe, que l'évolution des grandeurs mécaniques à l'échelle macroscopique est le résultat d'une déformation thermoplastique classique à laquelle vient se « superposer » les déformations induites par la

transformation de phase i.e., variation de volume et plasticité de la transformation. La définition d'une limite d'élasticité locale instantanée du milieu, au moins biphasé, est une tâche qui n'est pas toujours élucidée. A ce propos, différentes alternatives ont été prospectées autour de l'application de la loi des mélanges combinée avec des modèles analytiques pour la plasticité de la transformation. La nécessité d'apporter une correction sur le point du début de la transformation et qui tienne compte de l'influence du tenseur des contraintes appliquées est avancée par plusieurs auteurs [1,3,10].

Ainsi, nous proposons de développer un modèle non linéaire et instationnaire qui permet de simuler l'histoire mécanique i.e., contraintes et déformations, dans tout le domaine depuis le début du traitement jusqu'au retour à l'équilibre thermique (état de contraintes résiduelles). A ce propos, un schéma numérique est développé au sein du même code de calcul utilisant une procédure pas à pas d'analyse non linéaire et incrémentale des contraintes avec une loi de comportement thermo-elastoplastique à écrouissage cinématique. Les caractéristiques mécaniques sont introduites en tant qu'objets à évolution spatio-temporelle dépendant de la température et des phases en présence.

Pour tenir compte des effets simultanés de déformation thermique et de transformation de phase au cours du refroidissement, nous proposons la définition d'une grandeur macroscopique locale que nous désignons par « coefficient dilatométrique global ». Ce coefficient, défini à partir d'une combinaison des relations de Thelning pour la variation de volume et de Koistinen–Marburger pour la cinétique de la transformation, est une modélisation des résultats de dilatométrie expérimentale. Sa formulation analytique pour le cas de la transformation martensitique permet son utilisation directe dans un code standard.

La modélisation des interactions contraintes–transformation de phase a concerné en premier lieu la cinétique caractérisée par une variation de la température  $M_s$  du début de transformation déterminée par l'état de contrainte multiaxial local et instantané. En second lieu, la plasticité de la transformation n'est pas considérée de façon explicite avec une limite d'élasticité régie par une loi de mélange. A ce propos, nous estimons qu'il est plus pertinent d'adopter des lois de comportement qui traduisent d'une façon plus réaliste les interdépendances microstructurales des phases en présence. La méthodologie adoptée dans le cadre de la modélisation actuelle, utilisant les ressources disponibles du code de calcul, a conduit à des résultats de simulations avec des tendances nettement améliorées. Plus particulièrement, la résolution du problème couplé dans sa globalité a permis d'identifier une grande sensibilité de la réponse du modèle en rapport avec la loi de comportement locale et instantanée, et ainsi, d'appréhender les limites d'une description géométrique eu-

**Nomenclature**

<i>a</i>	largeur du spot	m
<i>A</i>	coefficient d'absorption de la surface traitée	
<i>A<sub>1</sub></i>	température de la transformation eutectoïde $\alpha + P \rightleftharpoons \alpha + \gamma$	K
<i>A<sub>3</sub></i>	température de la transformation allotropique $\gamma + \alpha \rightleftharpoons \gamma$	K
<i>b</i>	longueur du spot	m
<i>c</i>	chaleur massique	J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>
<i>C %</i>	teneur en carbone	
<i>E</i>	module d'Young	MPa
<i>e<sub>j</sub></i>	élément indice <i>j</i>	
<i>h<sub>c</sub></i>	coefficient d'échange par convection	W·m <sup>-2</sup> ·K
<i>h</i>	enthalpie massique	J·kg <sup>-1</sup>
<i>H</i>	module d'écrouissage	MPa
<i>HV</i>	dureté Vickers	
<i>I</i>	indice de la position du spot	
<i>J</i>	indice de la position du spot	
<i>M<sub>s</sub></i>	température corrigée de début de transformation $\gamma \rightarrow \alpha'$	K
<i>M<sub>s0</sub></i>	température de référence du début de transformation $\gamma \rightarrow \alpha'$	K
<i>n</i>	normale à la surface extérieure du domaine	
<i>N<sub>e</sub></i>	nombre d'éléments	
<i>NP</i>	nombre total de positions du spot	
<i>NPR</i>	nombre total de pas au refroidissement	
<i>NR</i>	nombre de pas au refroidissement avant la transformation de phase	
<i>p</i>	fraction volumique de martensite	
<i>P</i>	densité de puissance du faisceau laser	W·m <sup>-2</sup>
<i>P<sub>0</sub></i>	plan transversal moyen	
<i>q<sub>0</sub></i>	chaleur de changement de phase	J·m <sup>-3</sup>
<i>q̇<sub>0</sub></i>	source volumique	W·m <sup>-3</sup>
<i>r</i>	rayon	m
<i>r<sub>e</sub></i>	rayon extérieur de la ZAT2	m
<i>r<sub>i</sub></i>	rayon intérieur de la ZAT2	m
<i>R<sub>e</sub></i>	rayon extérieur de l'anneau	m
<i>s<sub>ij</sub></i>	composantes du tenseur déviateur des contraintes	MPa
<i>s</i>	surface	m <sup>2</sup>
<i>t</i>	temps	s
<i>T</i>	température	K
<i>T<sub>0</sub></i>	température ambiante	K
<i>TRC</i>	transformation en refroidissement continu	
<i>x<sub>i</sub></i>	coordonnées cartésiennes ( <i>i</i> = 1, 3)	m
<i>Y<sub>A</sub> %</i>	fraction massique d'austénite	
<i>Y<sub>C</sub> %</i>	fraction massique des carbures non dissous	
<i>u<sub>r</sub></i>	déplacement radial	m
<i>V</i>	vitesse relative du spot	m·s <sup>-1</sup>
<i>v</i>	volume	m <sup>3</sup>
<i>ZAT</i>	zone affectée thermiquement	
<i>ZAT(I)</i>	zone affectée thermiquement à la position <i>I</i> du spot	m <sup>3</sup>
<i>ZAT1</i>	zone superficielle à austénitisation totale	m <sup>3</sup>
<i>ZAT2</i>	zone de transition à austénitisation partielle	m <sup>3</sup>

*Symboles grecs*

$\alpha$	ferrite	
$\alpha'$	martensite	
$\alpha_\gamma$	coefficient de dilatation thermique de l'austénite	K <sup>-1</sup>
$\alpha_d$	coefficient dilatométrique global	K <sup>-1</sup>
$\alpha_{di}$	coefficient dilatométrique global dans la ZAT <sub><i>i</i></sub>	K <sup>-1</sup>
$\alpha_{Fe}$	coefficient de dilatation thermique de la ferrite	K <sup>-1</sup>
$\alpha_M$	coefficient de dilatation thermique de la martensite	K <sup>-1</sup>
$\alpha_T$	coefficient de dilatation thermique	K <sup>-1</sup>
$\alpha_{tr}$	coefficient de dilatation de transformation	K <sup>-1</sup>
$\beta_M \%$	dilatation due à la formation de la martensite	
$\delta_{ij}$	symbole de Krönecker	
$\delta l$	pas spatial	m
$\delta t$	pas de temps pendant le traitement	s
$\delta tr$	pas de temps au refroidissement	s
$\Delta l$	variation de longueur due à la transformation	m
$\Delta V$	variation de volume due à la transformation	m <sup>3</sup>
$\Delta \overline{M}_s$	variation moyenne de température de la transformation $\gamma \rightarrow \alpha'$	K
$\varepsilon$	émissivité de la surface extérieure	
$\varepsilon^e$	déformation élastique	
$\varepsilon^p$	déformation plastique	
$\varepsilon_e^p$	déformation plastique équivalente	
$\varepsilon^{pt}$	déformation de la plasticité de la transformation	
$\varepsilon^t$	déformation totale	
$\varepsilon^{th}$	déformation thermique	
$\varepsilon^{tr}$	déformation due à la variation de volume	
$\gamma$	austénite	
$\nu$	coefficient de Poisson	
$\varphi_l$	flux laser	W·m <sup>-2</sup>
$\varphi_c$	flux des pertes par convection	W·m <sup>-2</sup>
$\varphi_r$	flux des pertes par rayonnement	W·m <sup>-2</sup>
$\lambda$	conductivité thermique	W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>
$\rho$	masse volumique	kg·m <sup>-3</sup>
$\sigma_s$	constante de Stéphan	W·m <sup>-2</sup> ·K <sup>-4</sup>
$\overline{\sigma}$	Tenseur des contraintes de Cauchy	MPa
$\sigma_0$	contrainte initiale	MPa
$\sigma_e$	limite d'élasticité	MPa
$\sigma_{eq}$	contrainte équivalente de Von-Mises	MPa
$\sigma_m$	contrainte hydrostatique	MPa
$\sigma_{\theta\theta}$	contrainte circonférentielle	MPa
$\tau$	durée d'interaction laser-matière	s
$\Omega$	domaine d'étude	
$\partial\Omega$	frontière totale du domaine	
$\Omega_e(I)$	élément de frontière éclairé par le spot dans la position <i>I</i>	
$\Omega_e$	surface totale éclairée	
$\Omega_u$	partie de frontière à déplacement imposé	

clidienne déterministe pour les échelles spatio-temporelles considérées.

## 2. Variables de la genèse des contraintes résiduelles dans un processus de traitement thermique

Le schéma classique de la Fig. 1 résume les interactions intervenant dans la genèse des contraintes internes dans un processus de traitement thermique [1,3,6]. Ce schéma illustre bien la complexité d'un calcul de contraintes internes du fait de l'interdépendance des phénomènes thermiques, métallurgiques et mécaniques. En synthèse, les étapes clés de calcul des contraintes résiduelles sont dans l'ordre chronologique :

- Détermination du champ thermique transitoire dans le domaine par la résolution de l'équation de la chaleur non linéaire dans les conditions du traitement ;
- Caractérisation des évolutions microstructurales dans le domaine en fonction des températures, des vitesses de chauffage et de refroidissement et du diagramme TRC ;
- Identification de l'évolution de l'état mécanique dans le domaine à partir de l'état initial et en considérant les caractéristiques mécaniques et lois de comportement des diverses phases en fonction de la température. Dans cette étape, on doit tenir compte des variations de volume qui accompagnent les transformations de phase et l'effet des contraintes internes sur la cinétique et la plasticité de transformation.

## 3. Formulation et résolution du problème thermique avec source mobile

Un modèle thermique instationnaire d'un traitement thermique superficiel par une source laser mobile a été développé [11]. Ce modèle permet de simuler l'histoire thermique totale du traitement superficiel dans un domaine tridimensionnel, de frontière quelconque, jusqu'au retour à l'équilibre au refroidissement. La connaissance de cette histoire est une étape nécessaire pour la détermination de l'histoire mécanique et de l'évolution du champ de contraintes

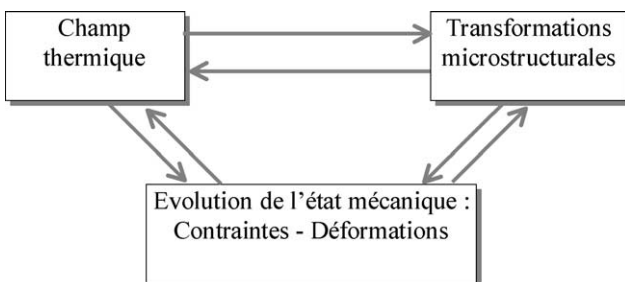


Fig. 1. Interactions dans le genèse des contraintes. internes.

Fig. 1. Interactions in internal stresses genesis.

instantanés. La formulation du problème intègre un code de calcul par éléments finis pour la résolution de l'équation de la chaleur en régime transitoire non linéaire. Le schéma numérique développé permet la résolution avec une condition de frontière mobile moyennant une discrétisation spatio-temporelle adaptée. Il tient compte des non-linéarités dues à la variation des caractéristiques thermophysiques en fonction de la température et des pertes par rayonnement et par convection. Pour la résolution de ce type de problème, la plupart des auteurs adoptent des méthodes analytiques facilement programmables qui supposent que le domaine est un espace semi-infini et que le problème admet un régime établi asymptotique solution d'un modèle stationnaire dans un repère lié à la source mobile [12–26]. Dans l'équation de la chaleur, cette hypothèse se traduit par le remplacement du terme transitoire par le terme convectif  $\rho c V \nabla T$ .

Le cas d'étude envisagé, relatif au traitement d'un anneau de petite dimension sur sa face latérale à l'aide d'un mouvement circulaire du spot, ne peut pas être traité par ces formulations analytiques établies en régime quasi-stationnaire pour des massifs semi-infinis limités par un plan. Le modèle numérique instationnaire développé nécessite un maillage fin le long de toute la trajectoire de la source mobile et repose sur un ensemble de calculs itératifs associés à chaque position de la source.

### 3.1. Modèle numérique. Schéma de résolution

La pièce soumise au traitement est un anneau de révolution (Fig. 2). Le modèle géométrique, est discrétisé par maillage tridimensionnel non uniforme (Fig. 3) affiné dans le voisinage de la couche superficielle pour tenir compte des variations importantes des grandeurs locales. Le domaine d'étude, réduit à la moitié de l'anneau, est discrétisé en 5 040 éléments et 7 200 nœuds.

Pour exprimer la condition de frontière mobile, nous avons adopté pour la surface latérale un nombre  $NP$  de secteurs à maillage répétitif ayant la dimension  $b$  du spot suivant le sens du défilement et  $a/2$  suivant l'axe de l'anneau. La surface élémentaire éclairée par le spot  $\Omega_e(I)$ , ( $1 \leq I \leq NP$ )

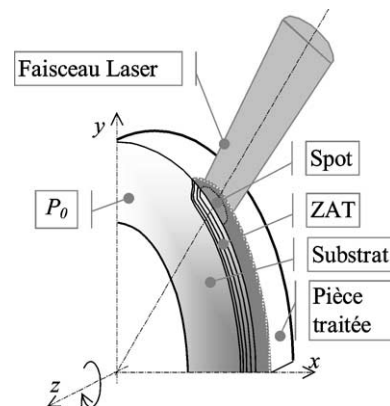


Fig. 2. Schéma de principe d'un traitement superficiel par laser.

Fig. 2. Principle scheme of laser surface treatment.

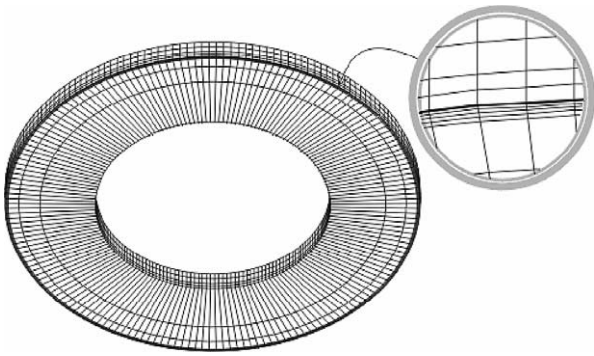


Fig. 3. Modèle géométrique—maillage.

Fig. 3. Geometric model—Meshing.

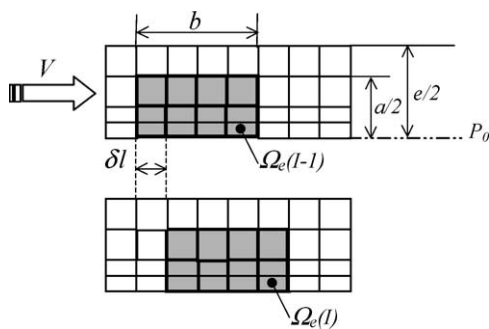


Fig. 4. Maillage de la surface éclairée par le spot.

Fig. 4. Meshing of lighted surface by spot.

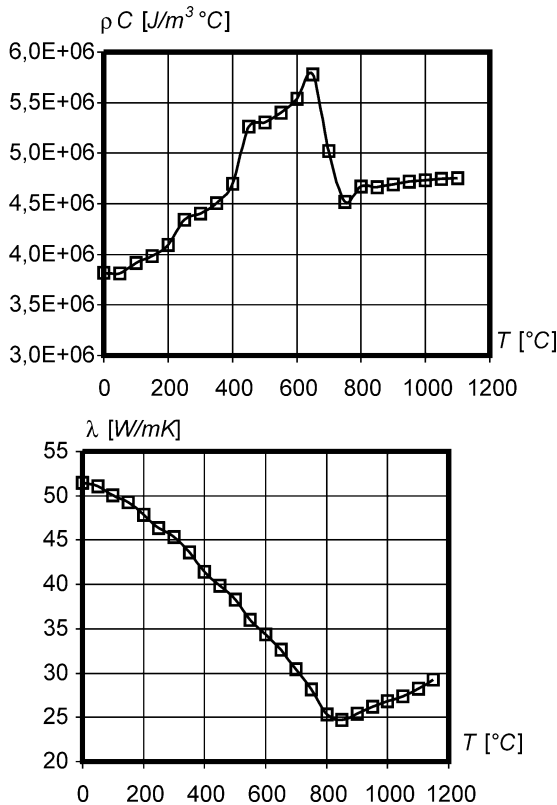


Fig. 5. Alloy thermophysical characteristics.

Fig. 5. Alloy thermophysical characteristics.

est montrée sur la Fig. 4 pour deux positions successives avec un pas spatial  $\delta l$ . La Fig. 5 donne, pour l'acier utilisé (*EN 36NiCrMo16 trempé revenu*), les évolutions de la conductivité thermique  $\lambda$  et de la capacité calorifique  $\rho c$  en fonction de la température. Les singularités de ces caractéristiques correspondent au changement d'état structural de cet acier.

La détermination des évolutions spatio-temporelles des températures à travers la résolution de l'équation de la chaleur en régime transitoire dans un repère global, découplée de l'équation de conservation de la quantité de mouvement et respectant des conditions initiales et aux limites, est faite avec les hypothèses suivantes :

- l'énergie du spot est absorbée en surface ;
- le spot est de forme rectangulaire ( $a \times b$ ) et la répartition de puissance est uniforme ;
- le faisceau se déplace par rapport à la pièce à une vitesse constante  $V$ .

Le faisceau laser est appliqué sur la face latérale (Fig. 2) et est centré sur le plan transversal moyen (plan de symétrie). Le traitement est appliqué durant un tour de l'anneau. Pour la formulation du modèle thermique instationnaire, on applique sur  $\Omega_e(I)$  les flux laser  $\phi_l = AP$ , de rayonnement  $\phi_r = \varepsilon\sigma_s(T^4 - T_0^4)$  et de convection  $\phi_c = h_c(T - T_0)$ . Sur la surface totale traitée  $\Omega_e = \{\Omega_e(I)/1 \leq I \leq NP\}$ , on superpose  $\phi_r$  et  $\phi_c$ . Le flux des pertes par convection  $\phi_c$  sera appliqué sur la surface extérieure totale du domaine  $\partial\Omega$ , excepté le plan adiabatique  $P_0$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho h(x_i, t)}{\partial t} = \nabla[\lambda(x_i, t)\nabla T(x_i, t)] + \dot{q}_0 \quad \text{dans } \Omega \\ \lambda(x_i, t) \frac{\partial T(x_i, t)}{\partial n} + h_c[T(x_i, t) - T_0] = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega \\ \lambda(x_i, t) \frac{\partial T(x_i, t)}{\partial n} + \varepsilon\sigma_s[T^4(x_i, t) - T_0^4] = A.P \quad (1) \\ \quad \text{sur } \Omega_e(I) \\ \lambda(x_i, t) \frac{\partial T(x_i, t)}{\partial n} + \varepsilon\sigma_s[T^4(x_i, t) - T_0^4] = 0 \\ \quad \text{sur } \Omega_e \setminus \Omega_e(I) \\ T(x_i, 0) = T_0 \quad \text{dans } \Omega \end{array} \right.$$

La durée d'interaction laser-matière pendant laquelle un lieu « voit » le spot est  $\tau = b/V$ . Pour chaque position  $I$  du spot, on résout le système (1) en adoptant une discrétisation du temps qui exprime le bilan thermique global pour chaque intervalle  $[t, t + \delta t]$  où le pas de temps  $\delta t = \tau(\delta l/b)$ . Ceci revient à substituer le système (1) par  $NP$  sous systèmes exprimés aux différents pas. On tient compte du déplacement de la tache laser en faisant une reprise de la résolution du système (1) avec le spot dans la position  $(I + 1)$  avec, comme nouvelle condition initiale, le champ de température résultat du calcul précédent dans la position  $I$ . Pour la phase de refroidissement qui suit le traitement, le flux laser est nul et on considère comme condition initiale le

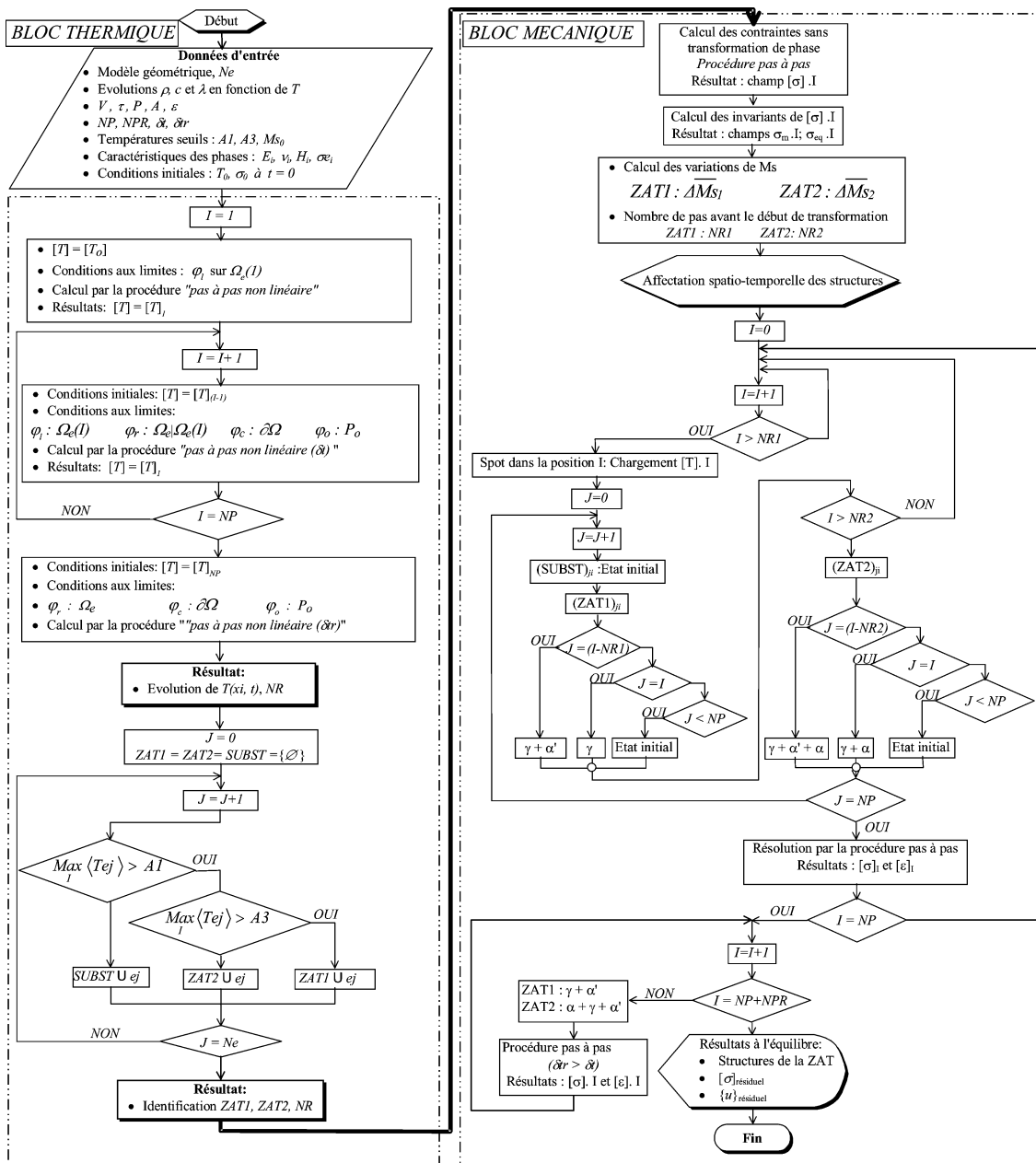


Fig. 6. Organigramme du calcul thermomécanique.

Fig. 6. Flow chart of thermomechanical calculation.

champ de température résultat du pas  $NP$  jusqu'au retour à l'équilibre thermique. On adopte pendant cette phase un pas de temps  $\delta tr$  plus grand afin de limiter le temps de calcul et un nombre de pas  $NPR$ .

La résolution du problème thermique comporte quatre blocs de calcul dont le premier correspond à l'initialisation du traitement ( $I = 1$ ). Le deuxième bloc comporte une boucle d'incrément  $I$  permettant de réactualiser à chaque pas les conditions initiales et de frontière et introduit, en plus, le calcul du flux de rayonnement et de convection. Le troisième bloc est relatif à la phase de refroidissement

pendant laquelle la dissipation de la chaleur se fait par rayonnement et convection libre jusqu'à l'équilibre thermique. Enfin, le dernier bloc permet d'identifier les ZAT. L'organigramme de la Fig. 6 résume le schéma numérique adopté. La procédure de calcul est implémentée dans un fichier de pré-traitement d'un code de calcul par la méthode des éléments finis (CASTEM 2000 du CEA), qui est particulièrement ouvert aux activités de recherche. La formulation en champ de température pour un problème de Neuman et un milieu isotrope, revient à minimaliser dans  $\Omega$ , la fonctionnelle potentiel thermique total :

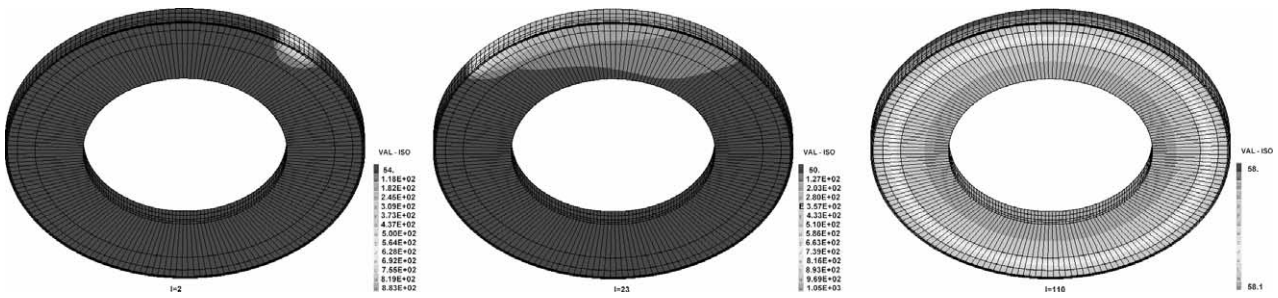


Fig. 7. Evolution des isothermes sur un cycle de traitement thermique.

Fig. 7. Isotherms evolution upon a treatment cycle.

$$\mathfrak{S}(T) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[ \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x_i} \right)^2 - \left( \dot{q}_0 - \frac{\partial \rho h}{\partial t} \right) T \right] dv$$

$$+ \int_{\Omega e(I)} \phi_l T ds + \int_{\Omega e \setminus \Omega e(I)} \phi_r T ds$$

$$+ \frac{h_c}{2} \int_{\partial \Omega} (T^2 - 2TT_0) ds$$

$$\text{où : } \begin{cases} \phi_l: (xi, t) \in \Omega e(I) \times [0, NP \times \delta T] \\ \quad \rightarrow \phi_l(xi, t) \in \mathbb{R}^3 \\ \phi_r: (xi, t) \in \Omega e \times [0, NP \times \delta t + NPR \times \delta tr] \\ \quad \rightarrow \phi_r(xi, t) \in \mathbb{R}^3 \\ \dot{q}_0: (xi, t) \in ZAT(I) \\ \quad \times [0, NP \times \delta t + NPR \times \delta tr] \\ \quad \rightarrow \dot{q}_0(xi, t) \in \mathbb{R} \end{cases} \quad (2)$$

Pour la résolution du problème instationnaire discrétisé, un schéma itératif mixte à deux pas temporels selon l’algorithme DUPONT2 est retenu (théta-méthode pour le 1<sup>er</sup> pas). Pour chaque position  $I$  et instant  $t$ , le flux de rayonnement  $\varphi_r$  est calculé par un schéma explicite.

### 3.2. Résultats numériques et validation expérimentale

Pour la validation du modèle, les résultats sont présentés pour une simulation avec les paramètres optimaux utilisés lors des essais. Le spot laser ( $3,8 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ ) est à distribution uniforme  $P = 3600 \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}$  et défile à  $V = 1 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$  soit une durée d’interaction  $\tau = 0,24 \text{ s}$ . Les résultats ci-dessous correspondent à  $NP = 90$ .

La Fig. 7 montre l’évolution des isothermes et le déplacement du front de la chaleur. La Fig. 8, mettant en évidence les seuils  $A_1$  et  $A_3$ , illustre l’évolution de la température en fonction du temps en un point de la surface et en deux points en sous-couche. La Fig. 9 montre le champ des températures dans une section méridienne de l’anneau. L’analyse de ce champ montre que la profondeur de la zone affectée thermiquement ( $T > A_1$ ) est de  $0,443 \text{ mm}$ . La Fig. 10 représente l’évolution de la vitesse instantanée de chauffage et de refroidissement pour les points considérés et confirme bien que les cinétiques thermiques sont très rapides, notamment

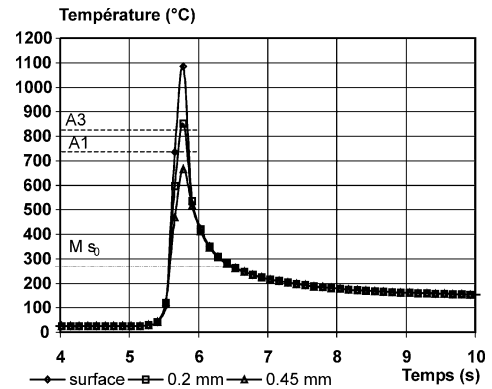


Fig. 8. Températures instantanées au passage du spot.

Fig. 8. Instantaneous temperatures at the spot passing.

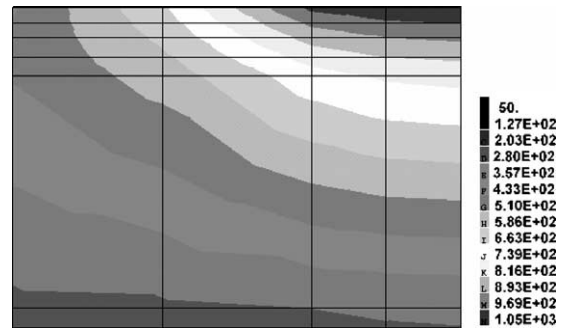


Fig. 9. Température dans une section méridienne.

Fig. 9. Temperature field in a meridian section.

celle du refroidissement qui assure ainsi la transformation structurale de l’austénite en martensite conformément au diagramme  $TRC$  de la Fig. 11 [27].

La caractérisation métallurgique des éprouvettes traitées a porté sur l’identification de la microstructure par microscopie optique et microscopie électronique à balayage et la profondeur de la couche transformée ainsi que la mesure de la dureté à faible charge. La profondeur maximale de la  $ZAT$ , mesurée à la précision du  $MEB$  est de  $0,426 \text{ mm}$ , soit une bonne concordance avec les résultats de la simulation. Les augmentations des températures  $A_1$  et surtout  $A_3$  avec les grandes vitesses de chauffage déterminées par le traitement

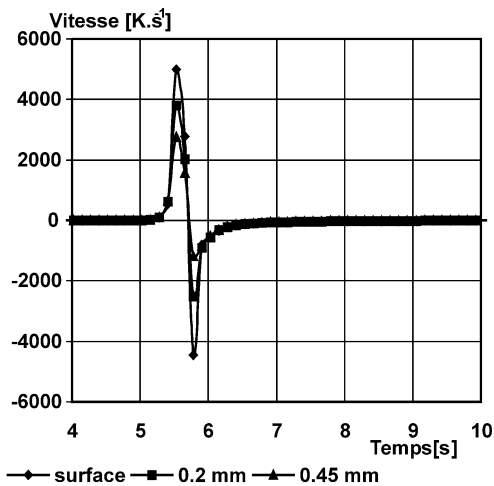


Fig. 10. Evolution de la vitesse instantanée de chauffage et de refroidissement.

Fig. 10. Evolution of instantaneous speed of heating and cooling.

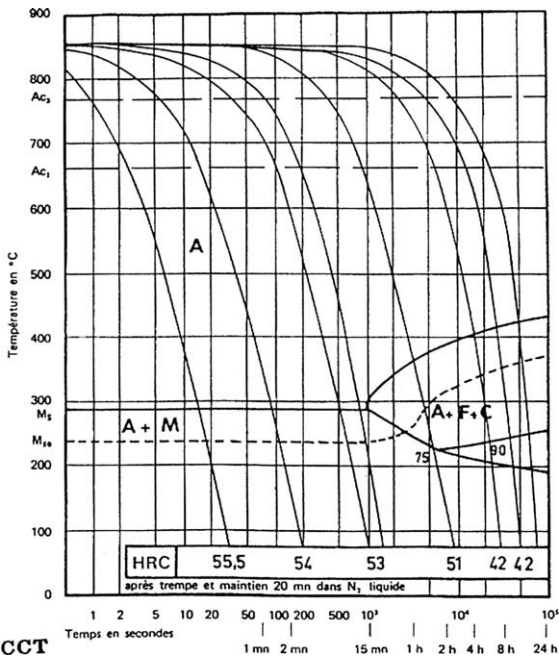


Fig. 11. Diagramme TRC de l'acier Euronorm 36 NiCrMo16 [27].

Fig. 11. Cooling transformation diagram for Euronorm 36 NiCrMo16 steel [27].

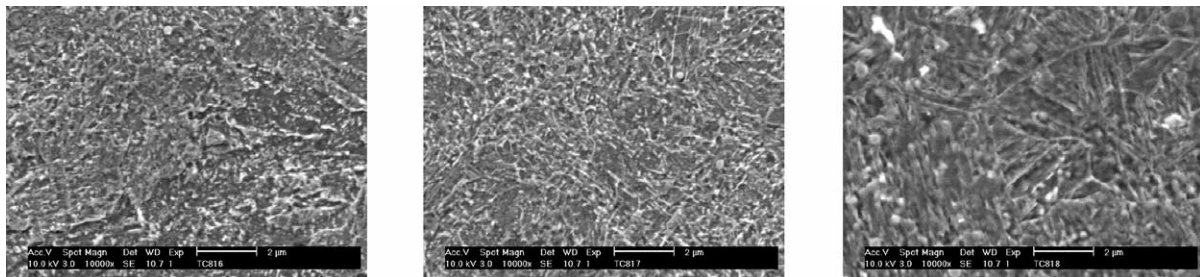


Fig. 12. Micrographie électronique à balayage de la martensite dans les trois zones (×10000).

Fig. 12. SEM of martensite in the three zones (×10000).

ont pu être mises en évidence par corrélation avec les étendues transformées identifiées.

Les micrographies réalisées à fort grossissement (Fig. 12) et les mesures de dureté Vickers HV (Fig. 13) confirment bien la présence d'une première région (ZAT1) sur environ 0,2 mm de profondeur suivie d'une deuxième (ZAT2) qui est une transition entre la première et le substrat. La dureté relevée dans la ZAT1 correspond à celle de la martensite du même acier trempé dans les conditions d'austénitisation complète. Ceci prouve que cette région est totalement austénitisée à une température supérieure à  $A_3$ . Quant à la deuxième région (ZAT2) de structure martensitique plus fine, elle est marquée par une diminution de la dureté associée à une austénitisation partielle dans le domaine mixte ( $\alpha + \gamma$ ) pour  $A_1 < T < A_3$ .

#### 4. Formulation et résolution du problème mécanique non linéaire en régime instationnaire

A chaque instant du traitement, les gradients de température et les variations de volume accompagnant les transformations structurales induisent localement dans les zones affectées une déformation plastique qui entraînera, lorsque la pièce aura atteint son équilibre thermique, une distorsion du milieu et par suite des contraintes résiduelles. Ces contraintes sont l'aboutissement des multiples interactions entre l'histoire thermique, métallurgique et mécanique du traitement.

Ainsi, nous proposons un modèle non linéaire (caractéristiques mécaniques, et lois de comportement) instationnaire qui permet de simuler l'évolution de l'état de contrainte dans le domaine depuis le début du traitement jusqu'au retour à l'équilibre thermique au refroidissement. Le schéma numérique développé sera intégré au même code de calcul utilisant une procédure pas à pas d'analyse non linéaire et incrémentale des contraintes et déformations.

Ce schéma repose sur les étapes suivantes :

- (a) identification géométrique, à partir de l'histoire thermique, des zones sujettes aux transformations structurales et du substrat (ZAT1, ZAT2 et SUBST) ;
- (b) affectation, à chaque zone géométrique, des caractéristiques mécaniques et de lois de comportement appro-



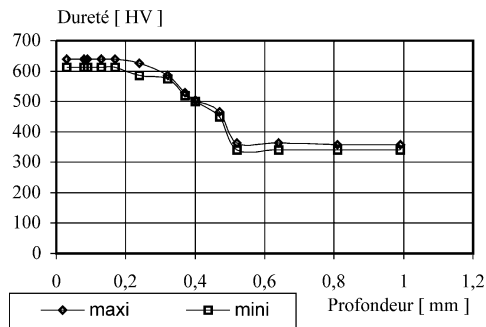


Fig. 13. Courbe de dureté fonction de la profondeur.

Fig. 13. Hardness curve function of depth.

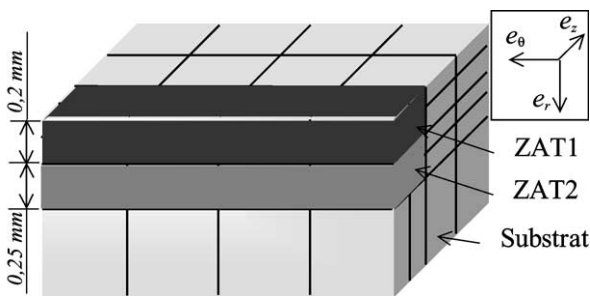


Fig. 14. Zones élémentaires affectées thermiquement.

Fig. 14. Thermally affected elementary zones.

priées en fonction de la température (avant et après transformation structurale) ;

- (c) chargement thermique instationnaire par le champ solution du problème thermique au même instant et prise en compte des variations de volume localisées dues aux transformations de phase au refroidissement ;
- (d) calcul incrémental de l'évolution mécanique (contraintes et déformations) dans le domaine entre l'état initial connu et l'état final atteint après traitement.

#### 4.1. Identification et définition des géométries

La Fig. 14 représente le maillage tridimensionnel adopté pour la définition des zones géométriques identifiées par l'analyse thermique et confirmés par l'expérience :

- ZAT1 (austénitisation totale) de profondeur 0,2 mm ;
- ZAT2 (austénitisation partielle) de profondeur comprise entre 0,2 mm et 0,45 mm ;
- Substrat.

#### 4.2. Caractéristiques mécaniques

Les données mécaniques requises initialement par la simulation numérique avec une loi de comportement thermoélastoplastique à écrouissage cinématique sont les caractéristiques mécaniques de chaque phase : module d'Young  $E$ , coefficient de Poisson  $\nu$  (0,3 pour toutes les phases), limite d'élasticité  $\sigma_e$ , coefficient d'écrouissage  $H$  pour un modèle de Prager et coefficient de dilatation thermique  $\alpha_T$ . La connaissance du comportement dimensionnel du métal

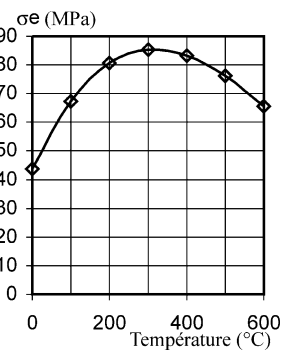


Fig. 15. Limite d'élasticité de l'austénite.

Fig. 15. Yield stress of austenite.

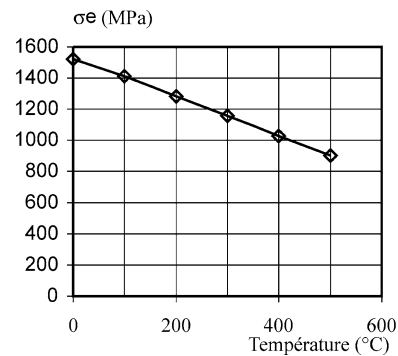


Fig. 16. Limite d'élasticité de la martensite.

Fig. 16. Yield stress of martensite.

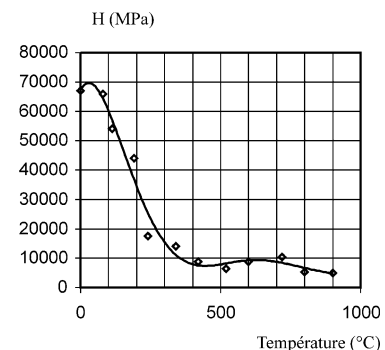


Fig. 17. Module d'écrouissage de l'acier.

Fig. 17. Rate of strain hardening of the steel.

au cours du refroidissement, déterminé par dilatométrie est également nécessaire. Les variations de ces paramètres ont deux origines : l'une purement thermique et l'autre liée aux transformations structurales. Ils dépendent par conséquent à la fois, de la température et de la structure du milieu.

Les Figs. 15 et 16 donnent les limites élastiques de l'austénite et de la martensite brute de trempe [28]. La Fig. 17 représente la variation du module d'écrouissage  $H$  de l'acier au refroidissement pour une transformation martensitique. Le Tableau 1 résume les caractéristiques mécaniques introduites comme des objets à évolution spatio-temporelle en fonction du lieu géométrique et de la température au chauffage et au refroidissement.

Tableau 1

Caractéristiques mécaniques en fonction de la température du domaine

Table 1

Mechanical characteristics function of domain temperature

Géométrie		ZAT1	ZAT2	Substrat
Chauffage	$T < A1$	structure: initiale $\sigma_e^i; H^i, E^i, \alpha_T^i$	structure: initiale $\sigma_e^i; H^i, E^i, \alpha_T^i$	structure: initiale $\sigma_e^i; H^i, E^i, \alpha_T^i$
	$A1 < T < A3$	structure: $\alpha + \gamma$ $\sigma_e^{\alpha+\gamma}; H^{\alpha+\gamma}, E^{\alpha+\gamma}, \alpha_T^{\alpha+\gamma}$	structure: $\alpha + \gamma$ $\sigma_e^{\alpha+\gamma}; H^{\alpha+\gamma}, E^{\alpha+\gamma}, \alpha_T^{\alpha+\gamma}$	
	$A3 < T < T_{\max}$	structure: $\gamma$ $\sigma_e^\gamma; H^\gamma, E^\gamma, \alpha_T^\gamma$		
Refroidissement	$A3 < T < T_{\max}$	structure: $\gamma$ $\sigma_e^\gamma; H^\gamma, E^\gamma, \alpha_T^\gamma$		
	$Ms < T < A3$	structure: $\gamma$ $\sigma_e^\gamma; H^\gamma, E^\gamma, \alpha_T^\gamma$	structure: $\alpha + \gamma$ $\sigma_e^{\alpha+\gamma}; H^{\alpha+\gamma}, E^{\alpha+\gamma}, \alpha_T^{\alpha+\gamma}$	
	$T < Ms$	structure: $\gamma + \alpha'$ $\sigma_e^{\gamma+\alpha'}; H^{\gamma+\alpha'}, E^{\gamma+\alpha'}, \alpha_T^{\gamma+\alpha'}, \alpha_{d1}$	structure: $\alpha + \gamma + \alpha'$ $\sigma_e^{\gamma+\alpha'+\alpha}; H^{\gamma+\alpha'+\alpha}, E^{\gamma+\alpha'+\alpha}, \alpha_T^{\gamma+\alpha'+\alpha}, \alpha_{d2}$	

#### 4.3. Chargement instantané

Le champ de température instantané, solution du problème thermique instationnaire, constitue le chargement thermique à chaque pas de calcul. En plus, il faut tenir compte des variations de volume dues à la transformation martensitique au refroidissement localisées dans les zones affectées thermiquement. La résolution a été initiée avec un état initial naturel et des conditions de frontière en déplacement qui reprennent à l'identique les conditions de liaison de la pièce sur la machine à commande numérique : encastrement par centrage court et appui plan bilatéral.

#### 4.4. Formulation du problème mécanique

L'analyse thermomécanique est abordée à l'échelle macroscopique dans l'hypothèse de petites perturbations, sauf en ce qui concerne le champ de température, découplée de l'équation de l'énergie par l'omission du terme de vitesse de déformation (hypothèse justifiée a posteriori). Les forces de volume négligées, si s'agit de résoudre l'équation d'équilibre local :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \overline{\sigma}(x_i, t) = \vec{0} \quad \text{dans } \Omega \\ 0 \leq t \leq (NP\delta t + NPR\delta tr) \\ \text{Avec les conditions aux limites} \\ \overline{\sigma}(x_i, t) \cdot \vec{n} = \vec{0} \quad \text{sur } \partial\Omega \setminus \Omega_u \\ \vec{u}_i(x_i, t) = 0 \quad \text{sur } \Omega_u \\ \text{et les conditions initiales} \\ \overline{\sigma}_0(x_i, 0) = \vec{0}, \quad T(x_i, 0) = T_0 \quad \text{dans } \Omega \end{array} \right. \quad (3)$$

Une loi de comportement thermoélastoplastique à écrouissage cinématique est définie pour chaque sous-domaines macroscopiquement homogène et isotrope. L'analyse de la genèse des contraintes internes repose sur le calcul non linéaire et incrémental des déformations et des contraintes. L'équation incrémentale exprimant la déformation totale s'écrit :

$$d\varepsilon_{ij}^t = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^{th} + d\varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^{tr} \quad (4)$$

–  $d\varepsilon_{ij}^e$  : incrément de déformation élastique

$$d\varepsilon_{ij}^e = d\left(\frac{1+\nu}{E}\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E}\sigma_{kk}\delta_{ij}\right) \quad (5)$$

–  $d\varepsilon_{ij}^{th}$  : incrément de déformation thermique

$$d\varepsilon_{ij}^{th} = d[\alpha_T(T - T_0)\delta_{ij}] \quad (6)$$

–  $d\varepsilon_{ij}^p$  : incrément de déformation plastique

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon_e^p}{\sigma_{eq}} s_{ij} \quad (7)$$

–  $d\varepsilon_{ij}^{tr}$  : incrément de déformation due à la variation de volume

$$d\varepsilon_{ij}^{tr} = \beta_{MD} p \delta_{ij} \quad (8)$$

L'incrément de déformation plastique  $d\varepsilon_{ij}^p$  est calculé pour un seuil défini par le critère de Von-Mises, justifié par Poirier [29], et un modèle d'écrouissage cinématique de Prager [30,31]. Ce modèle d'écrouissage permettra, notamment, de rendre compte de l'effet Baushinger consécutivement aux transformations de phase lors du traitement.

Il faut souligner que plusieurs auteurs [1,3,8,9] ajoutent le terme  $d\varepsilon_{ij}^{pt}$  pour l'incrément de déformation due à « la plasticité de transformation ». Ce concept a été introduit pour mettre en évidence les propriétés mécaniques particulières d'un acier lors de la trempe au moment où sa structure est multiphasique. Ce comportement se traduit notamment par une plasticité bien supérieure à ce que laisserait prévoir une loi de mélange linéaire des propriétés des phases présentes. Des modèles ont été formulés pour tenir compte de ce phénomène dans les calculs dont le plus fréquemment utilisé est celui développé par Greenwood et Johnson [8].

Cependant, la pertinence et la validité de ces modèles est parfois discutée [32] et leur utilisation dans un code de calcul par éléments finis conçu pour des applications très générales n'est pas, de notre avis, envisageable. Pour ces raisons, ce terme ne sera pas considéré d'une façon explicite dans

l'incrément de déformation totale mais l'influence de cette plasticité de transformation sera prise en compte à travers les caractéristiques mécaniques observables pour le mélange multiphasique au cours du refroidissement (cf. Section 4.8).

4.5. Définition d'un coefficient dilatométrique global au refroidissement

Nous proposons de définir une grandeur macroscopique locale que nous désignons par « coefficient dilatométrique global » noté  $\alpha_d$  qui traduit, au refroidissement, les effets cumulés de déformation thermique et de transformation de phase. Ce coefficient représente, en fait, une modélisation des résultats expérimentaux de la dilatométrie au refroidissement dans l'hypothèse de l'isotropie des dilatations thermiques et des variations de volume. L'avantage de cette description est de pouvoir utiliser un seul coefficient qui sera injecté dans le code de calcul en tant que coefficient de dilatation thermique fictif représentant les deux effets à la fois. Pour cela, on suppose qu'à chaque instant de la transformation martensitique ( $T < Ms$ ), le coefficient dilatométrique global est la somme d'un coefficient de dilatation de la transformation  $\alpha_{tr}$  et du coefficient de dilatation thermique  $\alpha_T$  du mélange austénite-martensite. Cette tâche est intéressante par le fait que l'évolution de la transformation martensitique ne dépend que de la température ce qui permet une formulation analytique de ces coefficients.

4.5.1. Coefficient de dilatation de la transformation  $\alpha_{tr}$

Pour définir ce coefficient, on considère une combinaison des relations de Thelning (variation de volume) et de Koistinen–Marburger (cinétique de la transformation). La variation positive de volume d'un acier trempé après austénitisation est décrite pour les aciers non alliés par la relation de Thelning [3] :

$$\frac{\Delta V}{V} = 1,68(1 - Y_c - Y_A)\%C + Y_A(2,21\%C - 4,64) \quad (9)$$

La dilatation linéaire isotrope est

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{3} \frac{\Delta V}{V}$$

La relation de Koistinen–Marburger pour la cinétique de la transformation martensitique donne la proportion  $p(T)$  de martensite formée [3] :

$$p(T) = 1 - \exp[-0,011(Ms - T)] \quad \text{pour } T < Ms \quad (10)$$

Substituant la fraction d'austénite  $Y_A = 1 - p(T) = \exp[-0,011(Ms - T)]$  dans la relation de Thelning on obtient l'expression de  $\Delta l/l$  en fonction de la température :

$$\Delta l/l = K_1(1 - Y_c) + (K_2 - K_1) \exp[-0,011(Ms - T)]$$

où

$$K_1 = \frac{10^{-2}}{3} 1,68\%C, \quad K_2 = \frac{10^{-2}}{3} (2,21\%C - 4,64)$$

Il est alors possible de définir le coefficient de dilatation de la transformation comme :

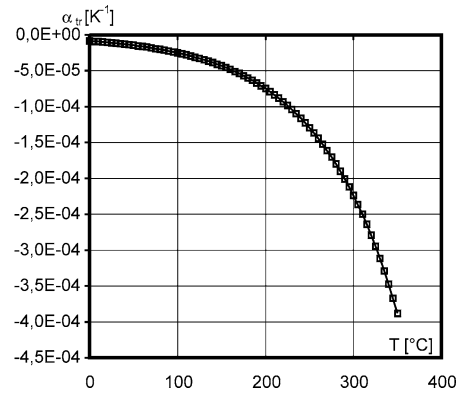


Fig. 18. Coefficient de dilatation de la transformation.

Fig. 18. Dilatation coefficient of the transformation.

$$\alpha_{tr} = \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\Delta l}{l} \right) = 0,011(K_2 - K_1) \exp[-0,011(Ms - T)] \quad (11)$$

La Fig. 18 représente la variation de cette grandeur pour l'acier 36 NiCrMo16 ( $Ms = 275^\circ\text{C}$ ). Notons qu'il est naturel que ce coefficient soit négatif puisque la transformation de phase martensitique s'accompagne d'une augmentation de volume pour une baisse de température.

4.5.2. Coefficient de dilatation thermique  $\alpha_T$

Connaissant les coefficients de dilatation thermique de l'austénite  $\alpha_\gamma = 2,22 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$  et de la martensite  $\alpha_M = 1,56 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$  [28], ce coefficient est évalué par une loi linéaire de mélange :

$$\alpha_T = p(T)\alpha_M + [1 - p(T)]\alpha_\gamma = \alpha_M + (\alpha_\gamma - \alpha_M) \exp[-0,011(Ms - T)] \quad (12)$$

Cette approximation se justifie d'une part par la prépondérance du coefficient de transformation (singularité) devant le coefficient thermique, et d'autre part par des valeurs très voisines des coefficients élastiques  $E$  et  $\nu$  des phases en présence [33].

4.5.3. Coefficient dilatométrique global dans la ZAT1  $\alpha_{d1}$

La courbe de la Fig. 19 représente l'évolution du coefficient  $\alpha_{d1} = \alpha_{tr} + \alpha_T$  pour la même nuance d'acier en fonction de la température. Cette évolution assure un passage continu du domaine austénitique au domaine mixte ( $\alpha' + \gamma$ ). Il faut noter que ce coefficient représente, en fait, la pente de la courbe dilatométrique dont l'allure est donnée par la Fig. 20 [1]. Le premier passage par 0 de  $\alpha_{d1}(T)$  correspond à l'extréma de la courbe dilatométrique en début de transformation. Le deuxième passage par 0 à plus basse température, confirmé par une pente nulle sur la courbe dilatométrique, se manifeste lorsque la contraction thermique devient opposée à la dilatation de transformation de phase.

4.5.4. Coefficient dilatométrique global dans la ZAT2  $\alpha_{d2}$

Cette zone intermédiaire à austénitisation partielle est définie par  $r_i < r < r_e$ . Nous considérons, au premier ordre,

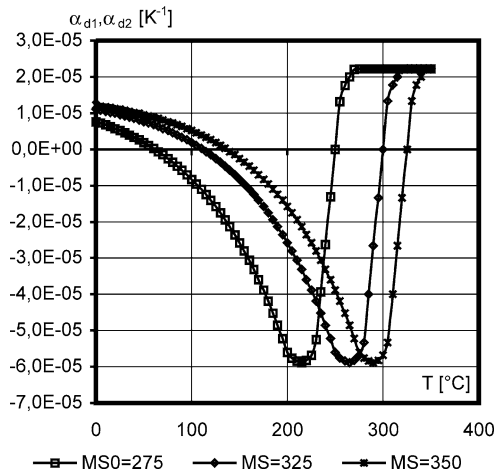


Fig. 19. Coefficient dilatométrique global (ZAT1).

Fig. 19. Global dilatometric coefficient (ZAT1).

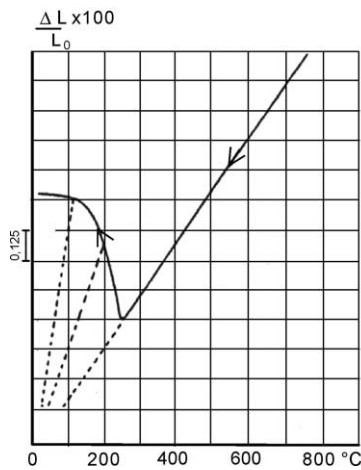


Fig. 20. Courbe dilatométrique [1].

Fig. 20. Dilatometric curve [1].

que la proportion d'austénite formée au chauffage varie linéairement depuis la valeur nulle pour  $r = r_i$  à la valeur 1 pour  $r = r_e$ , le complément étant constitué de ferrite  $\alpha$ . Au cours de la transformation de phase au refroidissement, on introduit le coefficient dilatométrique dans le code de calcul sous forme d'un champ par éléments fonction du rayon  $r$  et de la température. On suppose alors que le coefficient dilatométrique local  $\alpha_{d2}$  est une pondération linéaire entre le coefficient dilatométrique  $\alpha_{d1}$  de l'austénite se transformant en martensite et le coefficient de dilatation de la ferrite  $\alpha_{Fe}$  :

$$\alpha_{d2}(T, r) = \alpha_{d1}(T) \frac{r - r_i}{r_e - r_i} + \alpha_{Fe}(T) \frac{r_e - r}{r_e - r_i} \quad (13)$$

#### 4.6. Schéma numérique de résolution par une procédure pas à pas

La formulation en champ de déplacement revient à minimiser dans  $\Omega$ , la fonctionnelle énergie interne de déforma-

tion (pour des densités de forces volumiques et surfaciques nulles) :

$$\Pi(t) = \int_{\Omega} \overline{\text{grad}}_s u(x_i) : \overline{\sigma}(x_i) dv \Big|_t$$

$$\forall u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3, \text{ nul sur } \Omega_u \quad (14)$$

Avec actualisation, à chaque pas de temps, de la loi de comportement locale  $\sigma_e(x_i, t)$ ,  $E(x_i, t)$ ,  $H(x_i, t)$ ,  $\alpha_T(x_i, t)$  et de l'état de contrainte initial  $\overline{\sigma}_0(x_i, t)$ .

Le schéma numérique du problème thermomécanique est effectué après résolution du problème thermique, ayant pris soin de sauvegarder toute l'histoire thermique pour recalculer à chaque pas la matrice de rigidité tangente [35]. A chaque pas de temps, le champ instantané des températures  $T(x_i, t)$  dans tout le domaine est une donnée d'entrée.

On peut considérer que la résolution comporte principalement deux blocs de calcul :

Le premier bloc correspond à la rotation du spot lors du traitement et comporte une boucle d'incrément  $I$  variant de 1 à  $NP$ . Le deuxième bloc est relatif à la phase de refroidissement, qui suit la fin du traitement, pendant laquelle l'indice du pas de temps  $I$  varie de  $(NP + 1)$  à  $(NP + NPR)$ . L'analyse des résultats thermiques aura permis, au préalable, de déterminer le nombre  $NR$  de pas de refroidissement après le passage du spot pour que la température en un point courant représentatif, devienne égale à la température du point  $Ms$  en ce point (l'écart de température entre les diverses couches s'estompe rapidement). L'organigramme de la Fig. 6 résume le schéma numérique adopté. Au niveau du premier bloc et à chaque position  $I$  du spot, on affecte à chacun des domaines prédéfinis, par l'intermédiaire d'une boucle d'indice  $J$ , des caractéristiques matérielles variables en fonction des phases en présence. A chaque position  $I$ , on distingue dans les zones affectées thermiquement, la région au chauffage non balayée par le spot ( $I < J \leq NP$ ), la région déjà traversée par le spot en début de refroidissement ( $I - NR < J \leq I$ ) et la région en cours de refroidissement avec transformation de phase ( $1 \leq J \leq I - NR$ ). Au niveau du deuxième bloc (refroidissement), on affecte à l'ensemble des zones géométriques les caractéristiques matérielles des phases présentes à chaque instant. Les algorithmes sont programmés au sein du même code de calcul.

#### 4.7. Résultats d'une simulation sans transformations de phase

Dans le but de disposer d'un élément de comparaison, nous avons effectué, avant application du schéma numérique précédent, une simulation du comportement thermomécanique sans transformations de phase, le matériau conservant alors ses caractéristiques matérielles initiales jusqu'à la fin du processus. La Fig. 21 montre l'évolution de la contrainte circonférentielle instantanée  $\sigma_{\theta\theta}(t)$ , en surface et en sous-couche dans une section médiane courante. Au passage du

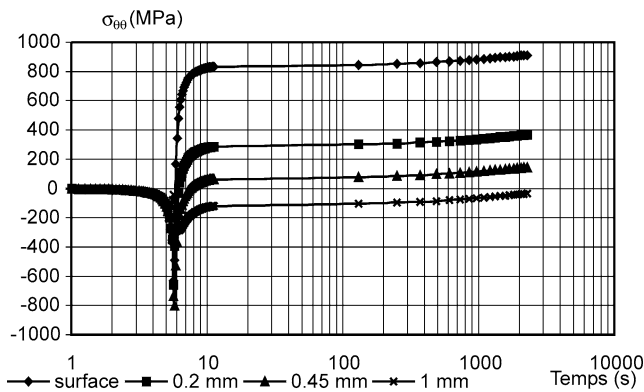


Fig. 21. Evolution de la contrainte circonférentielle (sans transformation de phase).

Fig. 21. Circumferential stress evolution (without phase transformation).

spot, cette composante est compressive et atteint des valeurs locales intenses. Lors du refroidissement, elle bascule vers un état de tension. Les contraintes résiduelles sont de traction sur environ 0,5 mm de profondeur. Ces résultats rejoignent ceux obtenus par Debuigne [6] et Rosselet [4].

#### 4.8. Modélisation des interactions contraintes transformation de phase martensitique

La simulation précédente montre qu'à la traversée du point  $M_s$  au refroidissement, les couches superficielles sont soumises à un état de contrainte multiaxial de tension. Or, plusieurs études, mentionnées précédemment, ont montré que les contraintes ont une action sur la transformation elle-même et provoquent deux types d'effets nouveaux. Le premier concerne une modification de la cinétique de la transformation et se traduit par une variation de la température  $M_s$ . Le second est un effet mécanique, désigné communément « plasticité de transformation », se traduit par l'apparition d'une déformation plastique pour une contrainte appliquée inférieure à la limite d'élasticité ( $d\varepsilon_{ij}^{pt}$  dans la formulation du problème mécanique).

L'effet d'un état de contrainte multiaxial sur la température  $M_s$  doit traduire à la fois l'influence des parties déviateur et sphérique du tenseur des contraintes. La variation de  $M_s$  est reliée à la contrainte hydrostatique  $\sigma_m$  et à la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  par la relation empirique  $\Delta M_s = A\sigma_m + B\sigma_{eq}$  [1], avec pour ce type d'acier,  $A = 5 \times 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}\cdot\text{MPa}$  et  $B = 3,33 \times 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}\cdot\text{MPa}$ . L'application de cette relation à partir de l'état de contrainte identifié au début du refroidissement (sans transformation de phase) conduit à  $\Delta M_s \approx 50 \text{ } ^\circ\text{C}$  en surface.

Quant à la plasticité de la transformation, considérée dans quelques modèles [32], elle est prise en compte en admettant que la limite d'élasticité de la structure biphasée austénite/martensite est déterminée par une loi de mélange linéaire des limites élastiques des deux constituants. Cette approche privilégiée de fait, la contribution de la martensite dont la limite d'élasticité est nettement plus élevée que celle de l'austénite.

A ce propos, nous pensons que l'adoption, pour les domaines multiphasiques évolutifs, de lois de comportement basées sur une loi des mélanges pour des grandeurs en toute rigueur intensives n'est pas très pertinente. Plusieurs simulations effectuées avec la loi de mélange pour  $\sigma_e$  ont par ailleurs toujours conduit à des contraintes résiduelles prohibitives : modéliser la plasticité de la transformation en décrivant la limite d'élasticité comme une grandeur extensive, conduit manifestement à des incohérences physiques.

A ce stade de l'étude, nous avons retenu pour le milieu multiphasique, en début de refroidissement, une limite d'élasticité confondue avec celle de la phase la plus ductile (l'austénite). Au début de la deuxième phase du refroidissement (deuxième bloc de calcul), la proportion de martensite constituée, d'après la relation de Koistinen, étant d'environ 90 %, nous considérons que cette valeur est un seuil de basculement de la limite d'élasticité du milieu vers celle de la martensite. Une telle description est tout à fait abordable dans les limites des ressources actuelles du code de calcul.

#### 5. Résultats des simulations numériques. Comparaison avec les résultats expérimentaux

Les nombreuses simulations effectuées ont montré l'extrême sensibilité de la réponse des modèles vis-à-vis du nombre très élevé de paramètres introduits. Les meilleurs résultats aboutissant à des contraintes résiduelles proches des valeurs mesurées ont été obtenus à travers la combinaison de l'ensemble de facteurs suivant :

- (1) un maillage affiné des couches superficielles ;
- (2) une délimitation précise des domaines ZAT1 et ZAT2 en profondeur et en largeur ;
- (3) toutes les caractéristiques sont considérées en fonction de la température ;
- (4) une évolution du coefficient dilatométrique global assurant une transition continue de la phase austénitique à la phase martensitique conformément à l'allure des dilatométries expérimentales ;
- (5) un coefficient dilatométrique défini localement dans la zone de transition (ZAT2) sous forme d'un champ par éléments pour tenir compte de la présence de la ferrite ;
- (6) une température de  $M_s$  portée à environ  $350 \text{ } ^\circ\text{C}$  ce qui correspond à  $\Delta M_s = 75 \text{ } ^\circ\text{C}$  ;
- (7) une première approche pour la limite d'élasticité du milieu multiphasique (Section 4.8.).

La Fig. 22 montre le champ instantané de la contrainte circonférentielle  $\sigma_{\theta\theta}$  au passage du spot et met en évidence la zone austénitique tendue suivie par la zone martensitique comprimée. Notons que par rapport à cette observation, le modèle d'écrouissage retenu tient compte de l'effet Baushinger. La Fig. 23 montre le champ des contraintes résiduelles à la température d'équilibre dans le plan moyen et en surface latérale. La Fig. 24 représente le champ de

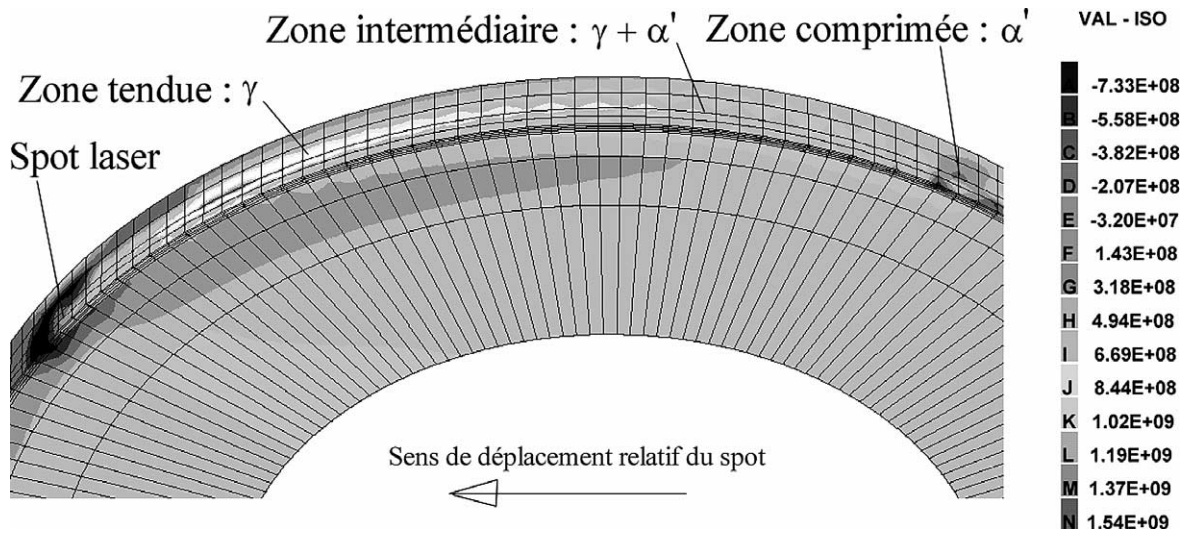


Fig. 22. Isovaleurs de la contrainte circonférentielle instantanée au passage du spot ( $I = 25$ ).

Fig. 22. Instantaneous field of circumferential stress at the spot passing ( $I = 25$ ).

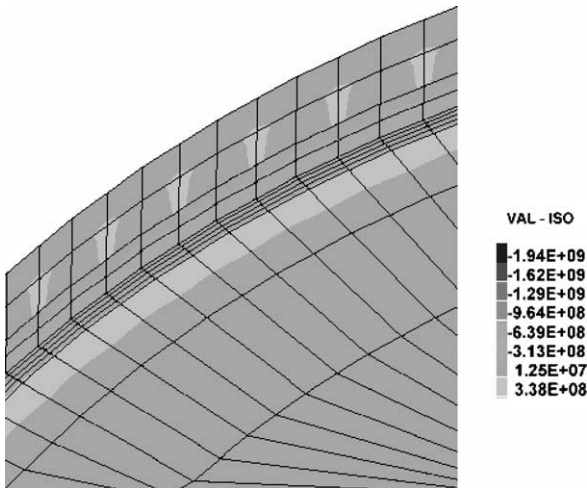


Fig. 23. Contraintes circonférentielle résiduelles (surface latérale et sous-couches).

Fig. 23. Residual circumferential stress (lateral surface and beneath surface).

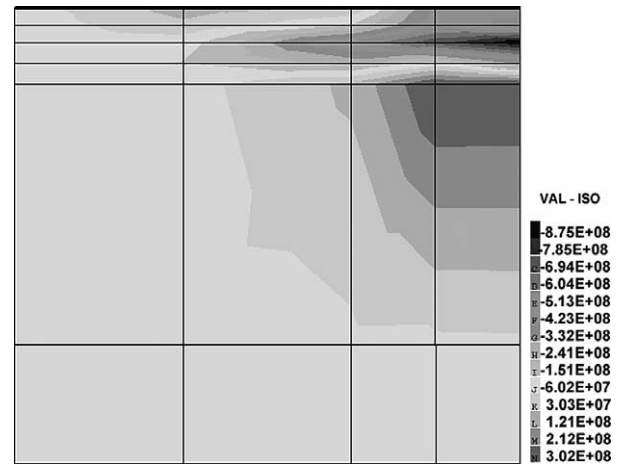


Fig. 24. Isovaleurs de la contrainte circonférentielle résiduelle dans une section méridienne.

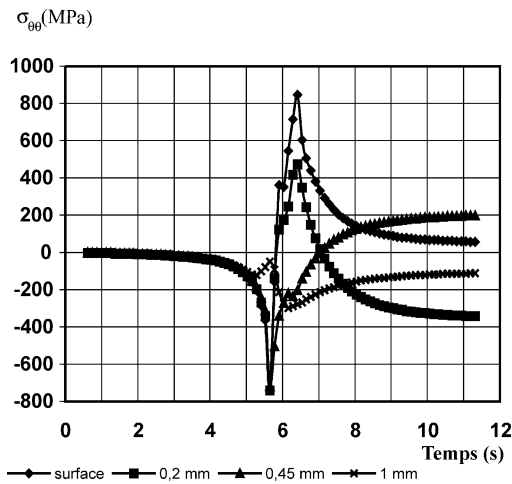
Fig. 24. Field of residual circumferential stress in a meridian section.

contraintes résiduelles dans une section méridienne faisant apparaître une zone comprimée en surface entourée en profondeur et latéralement par une zone tendue.

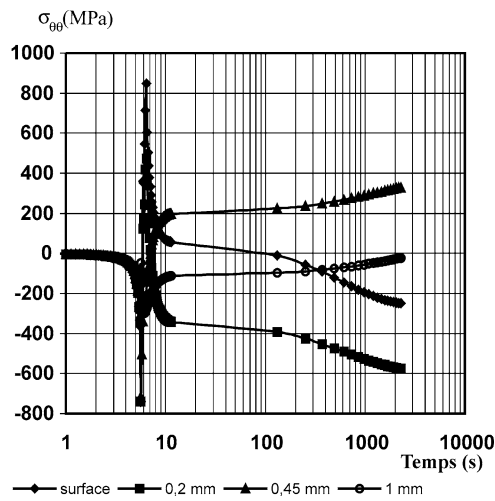
La Fig. 25 représente l'évolution de  $\sigma_{\theta\theta}(t)$  en surface et en sous-couche. Comparée à la Fig. 21, on constate d'abord qu'après le passage du spot, il y a un début d'affaissement de la contrainte dû à la ductilité de l'austénite et ensuite, les évolutions en surface et à 0,2 mm subissent une inversion de pente à l'instant du début de la transformation martensitique et tendent vers des valeurs négatives. Cette inversion de pente est naturellement due au changement de signe du coefficient dilatométrique. La Fig. 26 illustre le déplacement radial instantané en surface et sa valeur résiduelle ( $u_r \approx 7 \mu\text{m}$ ) et la Fig. 27 représente la déformée résiduelle en surface sur la largeur de l'anneau. L'hypothèse de petites

perturbation est confirmée par une amplitude maximale calculée de la composante  $\varepsilon_{\theta\theta} = 4,7 \times 10^{-3}$ . De même, le découplage des équations de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement s'est avéré tout à fait valable en égard des vitesses de déformations calculées qui sont majorées par  $3,5 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  pour la composante  $\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}$ .

Le profil des contraintes résiduelles en fonction de la profondeur dans la section moyenne de l'éprouvette est représenté à la Fig. 28 et on lui superpose les valeurs mesurées par diffraction X dans la même section. On constate bien la mise en précontrainte de compression de la couche superficielle, caractéristique d'un traitement par une source laser [3,34], mais également l'apparition de la zone en traction chevauchant la zone de transition et le substrat. La contrainte s'annule au-delà de 1 mm de profondeur environ.



(a)



(b)

Fig. 25. Evolution de la contrainte circonférentielle instantanée : (a) passage du spot ; (b) passage du spot et refroidissement.

Fig. 25. Evolution of instantaneous of circumferential stress: (a) spot passing; (b) spot passing and cooling.

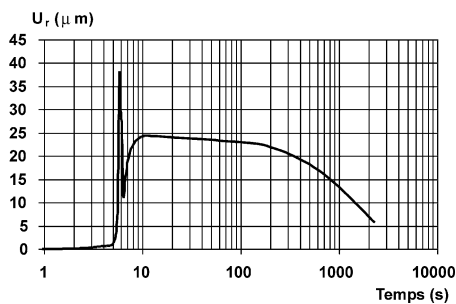


Fig. 26. Déplacement radial instantané en surface.

Fig. 26. Instantaneous radial displacement of surface.

L'analyse comparative révèle une correspondance qualitative des résultats expérimentaux et numériques qui traduit une réponse satisfaisante du modèle. Cependant, d'un point de vue quantitatif, les écarts constatés sont manifestement la

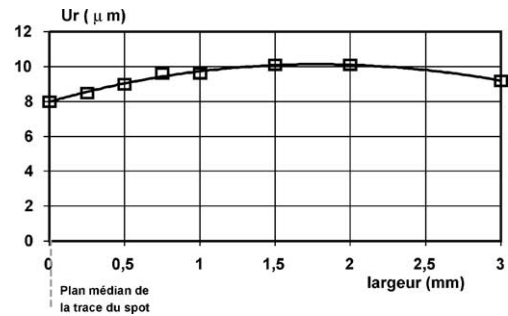


Fig. 27. Déplacement résiduel en surface.

Fig. 27. Residual displacement at the surface.

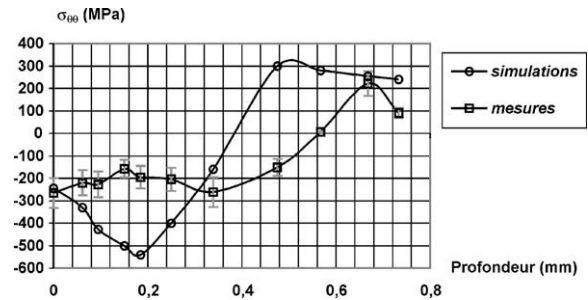


Fig. 28. Profil des contraintes circonférentielles résiduelles dans la section moyenne de l'éprouvette.

Fig. 28. Profile of residual circumferential stress in the middle section of sample.

conséquence de l'effet cumulé du nombre important d'hypothèses adoptées aux trois niveaux (thermique, mécanique et métallurgique). Dans ce sens, de nombreuses simulations numériques, ont conduit à l'identification d'une source privilégiée d'écart relative à la loi de comportement du milieu multi-phasique au cours du refroidissement.

## 6. Conclusions

Le modèle numérique instationnaire proposé nécessite un maillage fin le long de toute la trajectoire de la source mobile et repose sur un ensemble de calculs itératifs associés à chaque position de la source. Ce modèle permet une simulation fine de l'histoire thermique totale d'un traitement par une source mobile en réactualisant à chaque pas les conditions initiales et de frontière. Il permettrait notamment d'accéder aux champs de température dans le cas de pièces dont le traitement impose des recouvrements : trajectoires fermées ou traitements multi-passes. La connaissance de cette histoire jusqu'au retour à la température ambiante est nécessaire notamment si on traite le couplage avec un modèle de thermoélastoplasticité pour suivre l'évolution des champs de contrainte et déformation instantanés et, à terme, déterminer l'état de contraintes résiduelles en régime permanent après refroidissement. Cette phase de refroidissement est déterminante pour l'évaluation rigoureuse et précise de l'état de contraintes résiduelles.

Moyennant le schéma numérique proposé, il devient possible de résoudre le problème thermique instationnaire dans un domaine tridimensionnel avec une condition aux limites évolutive et de simuler le traitement d'une pièce de forme quelconque, ayant des dimensions finies, sans passer par l'hypothèse d'un milieu semi-infini.

La procédure de calcul de la genèse des contraintes internes est basée sur une analyse non linéaire et incrémentale des déformations et des contraintes avec une loi de comportement thermoélastoplastique. La prise en compte des effets thermomécaniques dus à l'évolution microstructurale du matériau au refroidissement est considérée au vu des résultats thermiques par une identification géométrique des diverses zones affectées thermiquement auxquelles on associe des caractéristiques matérielles évolutives dans le temps en fonction des proportions des phases en présence. La définition d'un coefficient dilatométrique global en tant que modèle représentatif de la dilatométrie expérimentale et son utilisation directe dans le code de calcul permet de tenir compte des effets simultanés de dilatation thermique et de variation de volume liées aux transformations de phase.

La principale difficulté est localisée au niveau de la prise en compte de la plasticité de la transformation. Celle-ci est habituellement considérée par rapport à une limite d'élasticité du milieu multiphasique calculée par la loi des mélanges, approche qui nous semble discutable en égard du caractère intensif des grandeurs. Aussi, les modèles analytiques proposés dans la littérature pour tenir compte de cette plasticité de transformation, sont pénalisés d'une part par le recours à une limite d'élasticité instantanée incertaine, et d'autre part, par des formulations unidimensionnelles qui limitent fortement leur utilisation directe dans un code de calcul offrant des ressources multiples. Bien que les temps de calcul soient encore relativement longs (temps moyen  $CPU = 25$  heures sur Pc 1 GHz), on peut espérer leur réduction grâce à l'évolution des performances des moyens de calcul.

Notons que pour les échelles spatiales en question, la taille des zones affectées thermiquement étant relativement faible en égard avec celle des grains, l'existence à tout instant d'une périodicité spatiale (même aléatoire) ne peut pas être supposée et donc, le recours à des techniques de localisation-homogénéisation n'est pas actuellement envisageable. Notons, que par rapport à la finesse de la discrétisation spatiale retenue au voisinage de la zone affectée thermiquement, une description à une échelle mésoscopique serait a priori plus indiquée mais imposerait, entre autres, la nécessité de considérer l'influence de la taille des grains sur la limite d'élasticité locale.

Dans cette étude, nous avons retenu pour le milieu multiphasique, la limite d'élasticité de l'austénite en début de refroidissement avec un seuil de basculement vers celle de la martensite au delà de 90% d'austénite transformée. Ce seuil, a priori arbitraire, a été choisi sur la base de l'analyse des résultats de nombreuses simulations. Cette

option a conduit à une nette amélioration tant qualitative que quantitative des résultats.

En tout état de cause, et en dépit de l'ensemble des améliorations apportées dans cette contribution, il nous paraît vraisemblable que pour les échelles spatio-temporelles spécifiques aux traitements thermiques superficiels sans diffusion d'un domaine polycristallin avec une source mobile, une loi de comportement macroscopique, déterministe, homogène et isotrope ne permettrait pas une prédiction quantitative précise de l'état de contraintes résiduelles au retour à l'équilibre thermique.

Ainsi, la prédétermination quantitative par simulation numérique de l'état de contraintes résiduelles induit par un traitement thermique superficiel devrait progresser par la recherche de lois de comportement traduisant d'une façon plus fine, en lieu et date, les interdépendances microstructurales des phases en présence. Ceci passerait vraisemblablement par une approche multi-échelles appropriée.

#### Abridged English version

Quantitative prediction by numerical simulation means of the residual stresses generated by superficial heat treatments is not yet a beaten track [1–4]. Several attempts have given, up today, qualitative improvements, nevertheless the accuracy attained remains below the levels needed in some technology fields such as contact fatigue. For the scope mentioned, the numerical simulation holds, indeed, to the formulation of the coupled triptych thermomechanics–metallurgic problem taking into account several and severe physical non linearities. This study aims, at least, the development of multipurpose model for prediction of the residual stresses state generated by a superficial heat treatment in solid phase without diffusion. For the generality of the models set up, to the sense of the thermomechanics history and other coupling terms importance, we consider the case of the treatment by a moving laser source and self quenching. Thus, the resolution of this evolution problem, lies in both the thermal and thermomechanical aspects as well as in the phase transformation effects.

For the solution of this problem, most authors consider analytical methods with assumptions of an infinite half-space and an asymptotic solution of a stationary model in a datum attached to the moving source [12,26]. Thus, this latest assumption enables substituting in the heat equation, of the transient member by the convective term  $\rho c V \nabla T$ . With regard to the specific geometry of sample such as a disc treated on its lateral surface by a revolving laser spot, the resolution couldn't involve such assumptions, i.e., a really transient model is required. Hence, for the thermal analysis, we propose a non linear transient model allowing the simulation of the whole thermal history during the treatment process until the return to the thermal balance. The problem to be solved, giving temperature space–time evolutions, with



respect to boundary and initial conditions, is governed by the following equations:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho h(x_i, t)}{\partial t} = \nabla [\lambda(x_i, t) \nabla T(x_i, t)] + \dot{q}_0 \\ \text{in the bounded domain } \Omega \\ \lambda(x_i, t) \frac{\partial T(x_i, t)}{\partial n} + h_c [T(x_i, t) - T_0] = 0 \quad \text{on } \partial \Omega \\ \lambda(x_i, t) \frac{\partial T(x_i, t)}{\partial n} + \varepsilon \sigma_s [T^4(x_i, t) - T_0^4] = A.P \quad (1) \\ \text{on } \Omega_e(I) \\ \lambda(x_i, t) \frac{\partial T(x_i, t)}{\partial n} + \varepsilon \sigma_s [T^4(x_i, t) - T_0^4] = 0 \\ \text{on } \Omega_e \setminus \Omega_e(I) \\ T(x_i, 0) = T_0 \quad \text{in the bounded domain } \Omega \end{array} \right.$$

Variational formulation in temperature for Neuman problem and isotropic medium, consists on minimising the function total thermal potential within the bounded domain  $\Omega$ :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}(T) = & \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[ \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x_i} \right)^2 - \left( \dot{q}_0 - \frac{\partial \rho h}{\partial t} \right) T \right] dv \\ & + \int_{\Omega_e(I)} \phi_l T ds + \int_{\Omega_e \setminus \Omega_e(I)} \phi_r T ds \\ & + \frac{h_c}{2} \int_{\partial \Omega} (T^2 - 2TT_0) ds \end{aligned}$$

$$\text{where } \left\{ \begin{array}{l} \phi_l: (xi, t) \in \Omega_e(I) \times [0, NP \cdot \delta T] \\ \quad \rightarrow \phi_l(xi, t) \in \mathbb{R}^3 \\ \phi_r: (xi, t) \in \Omega_e \times [0, NP \cdot \delta t + NPR \cdot \delta tr] \\ \quad \rightarrow \phi_r(xi, t) \in \mathbb{R}^3 \\ \dot{q}_0: (xi, t) \in ZAT(I) \\ \quad \times [0, NP \cdot \delta t + NPR \cdot \delta tr] \\ \quad \rightarrow \dot{q}_0(xi, t) \in \mathbb{R} \end{array} \right. \quad (2)$$

For our purpose, the geometric model is subdivided in three-dimensional non-uniform meshing given by Fig. 3. Since the transient non-linear model proposed requires a thin meshing along the whole moving source trajectory, a mesh within 5040 elements connected between themselves by 7200 nodes is considered.

The flow chart shown in Fig. 6 gives an abstract of the numerical scheme set up. The computation procedure is implemented in a standard FEM code (CASTEM 2000 of CEA). Such option is justified by the opening of this code to development activities. This chart involves four blocks: the first one corresponds to initial step, the second block enable the actualisation of both boundary and initial conditions, the third block is relative to cooling sequence and the latter one realise the identification the thermally affected zones.

Resolution is based on a set of iterative computations associated to each source position, i.e., a mixed scheme according to DUPONT2 algorithm and  $\theta$ -method for the first step. For each position and instant, the radiative rate is

obtained by an explicit scheme. The results given by Figs. 8, 9, 10, 12 show a good consistency with experimental results.

Thermomechanical analysis is treated throughout a non linear incremental model whereby we simulate the mechanical history since the beginning of the treatment until the residual stress state establishing. In the numeric scheme developed within a FEM code, the mechanical features are described by space–time evolutions depending on the temperature and the local instantaneous phases which are present throughout the domain. The problem to be solved, giving stresses space–time evolutions, with respect to boundary and initial conditions, is governed by the following equations:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \overline{\overline{\sigma}}(x_i, t) = \vec{0} \\ \text{in the bounded } \Omega, \quad 0 \leq t \leq (NP\delta N + NPR\delta tr) \\ \overline{\overline{\sigma}}(x_i, t) \cdot \vec{n} = \vec{0} \quad \text{on } \partial \Omega \setminus \Omega_u \\ \vec{u}_i(x_i, t) = 0 \quad \text{on } \Omega_u \\ \overline{\overline{\sigma}}_0(x_i, 0) = \vec{0}, \quad T(x_i, 0) = T_0 \\ \text{in the bounded } \Omega \end{array} \right. \quad (3)$$

A thermoelastoplastic behaviour law is prescribed for each domain assumed homogeneous and isotropic. The analysis of the internal stresses genesis is based on the following incremental equation:

$$d\varepsilon_{ij}^t = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^{th} + d\varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^{tr} \quad (4)$$

Plastic deformation increment is calculated using a Von-Mises criterion and Prager model, thus, the Baushinger effect is implicitly taken into account. We introduce a global dilatometric coefficient to take into account the simultaneous and cumulated thermal and phase transformation strains, by combining Koistinen–Marburger law for the transformation kinetics and Thelning relation for the variation of the volume [3]. Henceforth, such coefficient may be written:

$$\alpha_{tr} = \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\Delta l}{l} \right) = 0,011(K_2 - K_1) \exp[-0,011(Ms - T)] \quad (5)$$

For this evolution problem, the variational formulation in displacement, without volume forces, is given by:

$$\begin{aligned} \Pi(t) = & \int_{\Omega} \overline{\overline{\text{grad}}_s u}(x_i) : \overline{\overline{\sigma}}(x_i) dv \Big|_t \\ & \forall u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \text{zero on } \Omega_u \end{aligned} \quad (6)$$

with actualisation, for each step, of the local behaviour law and the initial stress state.

Resolution of the thermomechanical problem is done after solving the thermal problem by missing the term of the strain rate in the energy equation, such assumption is justified subsequently. Since the whole thermal history is stored, the tangent stiffness matrix is actualised for each computation step.

The main difficulty met concerns the plasticity of transformation. This quantity is usually considered throughout

a linear mixture law of the elastic limits relatives to each component of the medium. From our point of view, this idealisation seems inconsistent in regard with the intensive character of such variables. Instead of this, we kept the elastic limit of the austenite from the beginning of cooling with a doorstep of toppling to martensite elastic limit beyond 90% of austenite transformed. Let us note that because of the periodicity default in such scales, the localisation–homogenisation techniques are not foreseeable.

Such option brought off real qualitative improvements of the results shown by Figs. 25, 26, 27, 28. In any case, and in spite of several classical assumptions removed, it seems plausible that for the specific space–time scales relatives to the superficial heat treatment without diffusion with a moving source, and subject to the hold in account of all the thermal history as well as the set of non-linearities, a macroscopic, homogeneous, isotropic, deterministic behaviour law, could not allow the numerical quantitative prediction, with enough accuracy, the multi-axial residual stress state at the return to thermal balance.

Thereby, the quantitative prediction by numeric simulation of the residual stress state led by a superficial thermal treatment, should progress by the research of adequate behaviour laws translating in a finer way, at the proper time and place, the microstructures relationships. It would need likely an appropriated multi-scales description.

## Références

- [1] A. Niku-Lari, A. Simon, S. Denis, Matériaux et Structures—Prévision des Contraintes Résiduelles en Traitements Thermiques, Hermes, Paris, 1987.
- [2] A. Niku-Lari, Ph. Jeanmart, B. Dubost, J. Bouvaist, Matériaux et Structures—Les Contraintes Résiduelles dans les Pièces en Aluminium, Prévision par la Méthode des Éléments Finis, Hermes, Paris, 1987.
- [3] Barralis J. Castex L., G. Maeder, Précontraintes et traitements superficiels, Techniques de l'ingénieur MI 180 (2000).
- [4] A. Rosselet, Propriétés Mécaniques et Calcul des Contraintes dans le Traitement des Matériaux par Laser, École de Printemps CNRS-EPFL, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Sireuil, 1991.
- [5] J. Philibert, et al., Métallurgie du Minerai au Matériau, Masson, Paris, 1998.
- [6] M. Debuigne, Modélisation thermomécanique des traitements de durcissement superficiel en phase solide par laser CO<sub>2</sub> continu—Application et validation dans le cas de l'alliage de titane Ti-6Al-4V, Thèse, Ecole centrale Paris, (C.E.C. M/C.N.R. S), 1988.
- [7] SYSWELD, Brochure d'information, ESI Group, 2001.
- [8] G. Greenwood, R.M. Johnson, The deformation of metals under small stresses during phase transformation, Proc. Roy. Soc. Sci. A 283 (1965) 403–422.
- [9] J. Giusti, Contraintes et déformations résiduelles d'origine thermique. Application au soudage et à la trempe des aciers, Thèse, Université Paris VI, 1981.
- [10] F. Abrassart, Influence des transformations martensitiques sur les propriétés mécaniques des alliages Fe–Ni–Cr–C, Thèse, Université Nancy 1, 1972.
- [11] J. Bessrou, M. Bouhaf, R. Khadrani, M. Jemmali, Modèle thermique instationnaire d'un traitement superficiel par une source laser mobile, à paraître, Internat. J. Therm. Sci. 41 (11) (2002) 1055–1066.
- [12] M. Laurent, Transferts d'Énergie en Soudage Laser, Laser de Puissance et Traitements des Matériaux, École de Printemps CNRS–EPFL, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Sireuil, 1991.
- [13] M. Boufoussi, Modélisation du Traitement Thermique Superficiel en Phase Solide par Faisceau Laser, Laser de Puissance et Traitements des Matériaux, École de Printemps CNRS-EPFL, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Sireuil, 1991.
- [14] E. Geissler, H.W. Bergmann, Température fields in laser transformation hardening-quasi stationary fields, Opto Electronik Makazin 4 (4) (1988) 25–32.
- [15] M. Debuigne, E. Kerrand, Modélisation des transferts thermiques appliquée au durcissement d'aciers par laser CO<sub>2</sub> de puissance, Mém. Études Sci. Revue Métallurgie (1987) 223–232.
- [16] D. Farias, Modélisation des Transformations de Phases des Aciers en Cycles Thermiques Rapides, Laser de Puissance et Traitements des Matériaux, École de Printemps CNRS-EPFL, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Sireuil, 1991.
- [17] F. Fouquet, L. Renaud, C. Nicot, J. Merlin, Traitement thermique superficiel d'une fonte grise perlitique par faisceau laser, Mém. Études Sci. Revue Métallurgie (1991) 23–31.
- [18] P. Sallamand, J.M. Pelletier, A.B. Vannes, Surface modifications by laser: Improvement of tribological properties by laser cladding, in: Proceeding SMT 8, Nice, 1994.
- [19] B. Vannes, Critères de choix d'un traitement superficiel: Application aux traitements sous faisceaux lasers, Journée Technico-Scientifique Italo-Franco-Suisse, Turin, 1996.
- [20] F. Follo, W. Kurz, G. Barbezat, Laser surface preparation for thermal spray deposition, in: Proceeding of the 7th European Conf. of Laser Treatment on Materials, ECLAT 98, Hannover, 1998.
- [21] H. Adnani-Amordjia, D. Abdi, A. Boucenna, Conditions de traitement thermique de l'alliage de titane TA6V sous faisceau laser CO<sub>2</sub> de puissance, Ann. Chim. Sci. Matériaux 24 (7) (1999).
- [22] M. Rappaz, Les Données Générales de la Simulation dans le Traitement Laser, Laser de Puissance et Traitements des Matériaux, École de Printemps CNRS-EPFL, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Sireuil, 1991.
- [23] Y. Guan, Traitements superficiels des fontes G.S. par laser de puissance, influence sur la microstructure et la tenue en fatigue, modélisation thermique, Thèse, Ecole centrale Paris, 1991.
- [24] A. Sakout, Etude théorique et expérimentale du soudage par laser, modélisation des transferts thermiques, Thèse, Université Lyon 1, 1987.
- [25] D. Kechemair, Instrumentation et optimisation de la trempe superficielle des aciers par laser CO<sub>2</sub>, Thèse, Paris XI, 1989.
- [26] D. Farias, Traitement thermique par laser CO<sub>2</sub> et modélisation des transformations des phases: Cycles rapides au chauffage et au refroidissement, Thèse, ENSAM, 1991.
- [27] Courbes de transformation des aciers de fabrication française, IRSID, Paris, 1974.
- [28] C. Grignon, E. Petitpas, R. Perinet, J. Condoure, Modélisation thermomécanique appliquée au soudage laser des aciers, Internat. J. Therm. Sci. 40 (2001) 669–680.
- [29] J.P. Poirier, Plasticité à Haute Température des Solides Cristallins, Eyrolles, Paris, 1976.
- [30] P. Germain, Mécanique, Tome II, Ellipses, Paris, 1986.
- [31] R. Temam, Problèmes Mathématiques en Plasticité, Gauthier-Villars, Paris, 1983.
- [32] D. Durand, D. Coupard, F. Girot, Comparaison des modèles de plasticité de transformation par simulation et experimentation, in: XV<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Nancy, 2001.
- [33] J.-M. Berthelot, Matériaux Composites, Comportement Mécanique et Analyse des Structures, Masson, Paris, 1992.
- [34] A.B. Vannes, J.M. Pelletier, Contraintes Résiduelles—Champs Expérimentaux, Approche Phénoménologique, Laser de Puissance et Traitements des Matériaux, École de Printemps CNRS-EPFL, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1991.
- [35] J. Lubliner, Plasticity Theory, Macmillan, New York, 1990.